

SILVIA LORENZANI

Dipartimento di Matematica, Politecnico di Milano

silvia.lorenzani@polimi.it

GRUPPO DI FISICA MATEMATICA

Gli argomenti di tesi che propongo sono relativi alle principali tematiche presentate all'interno del seguente corso (a scelta per la Laurea Magistrale in Ingegneria Matematica):

METHODS AND MODELS FOR STATISTICAL MECHANICS

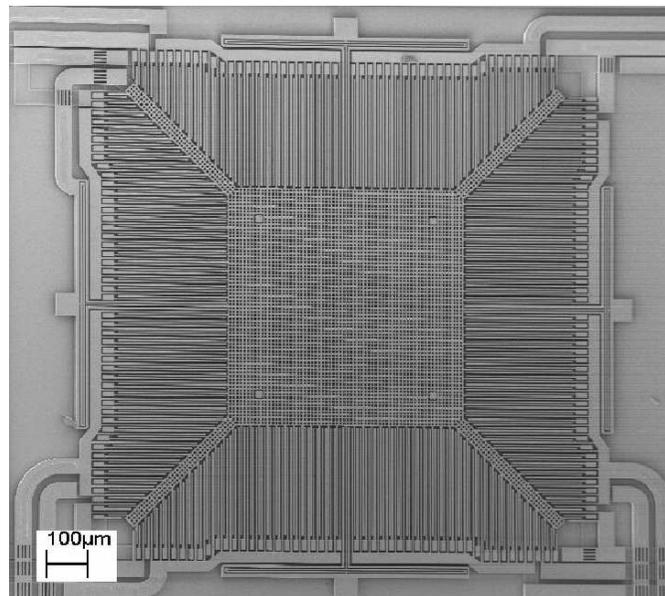
La Meccanica Statistica riguarda lo studio di sistemi complessi a partire dai loro costituenti microscopici.

(1) Microfluidics: Gas rarefaction effects in Micro-Electro-Mechanical

Systems (MEMS) devices

La Microfluidica è un'area emergente della Fluidodinamica e riguarda lo studio delle proprietà dei fluidi in sistemi con dimensioni caratteristiche dell'ordine dei micron.

In figura è riportato un accelerometro biassiale (esempio di MEMS) prodotto dalla STMicroelectronics.



Le proprietà dei gas in questi microdispositivi vengono analizzate utilizzando l'equazione di Boltzmann che descrive l'evoluzione spazio-temporale della funzione di distribuzione $f(\mathbf{x}, \xi, t)$ delle velocità delle molecole di un gas:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \xi \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} = \frac{1}{m} \int (f' f'_* - f f_*') B(\theta, V) d\xi_* d\epsilon d\theta \quad (1)$$

Il termine sul lato destro dell'equazione (1) descrive le collisioni binarie tra molecole di gas sottoposte ad un generico potenziale di interazione $B(\theta, V)$.

Principali collaborazioni su questo tema:

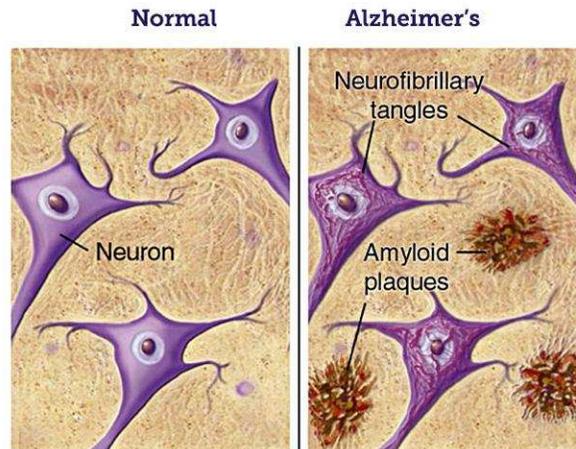
- Industrie: STMicroelectronics e Saes Getters
- Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale (Politecnico di Milano)
- Université de Paris, Parigi (Francia)
- Aix-Marseille Université, Marsiglia (Francia)
- Dipartimento di Scienze Matematiche, Fisiche e Informatiche, Università di Parma.

(2) Mathematical modeling of neurodegenerative diseases (Alzheimer)

Molte malattie neurologiche, tra cui l'Alzheimer, sono originate dal 'misfolding' (cioè dall'errato ripiegamento) di alcune proteine che, come conseguenza della loro alterazione, cominciano a formare aggregati fibrillari insolubili.

In figura è visibile la formazione di placche senili nell'Alzheimer che portano alla morte dei neuroni.

Normal vs. Alzheimer's Diseased Brain



Il processo di aggregazione delle proteine viene modellizzato utilizzando l'equazione di Smoluchowski che descrive la coagulazione binaria di particelle (monomeri) che diffondono nel tessuto cerebrale:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t}(t, x) - d_i \Delta_x u_i(t, x) = \mathcal{Q}_{g,i}(u) - \mathcal{Q}_{l,i}(u) \quad \text{in } [0, T] \times \mathbf{Q}, \quad (2)$$

$$\mathcal{Q}_{g,i} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{i-1} a_{i-j,j} u_{i-j} u_j \quad \mathcal{Q}_{l,i} = u_i \sum_{j=1}^{\infty} a_{i,j} u_j \quad (3)$$

Nell'equazione (2) u_i rappresenta la concentrazione di un aggregato di lunghezza i (cioè formato da i monomeri). I coefficienti $a_{i,j}$ descrivono una reazione in cui un polimero di lunghezza $(i + j)$ viene formato attraverso la coagulazione di due polimeri, uno di lunghezza i e l'altro di lunghezza j .

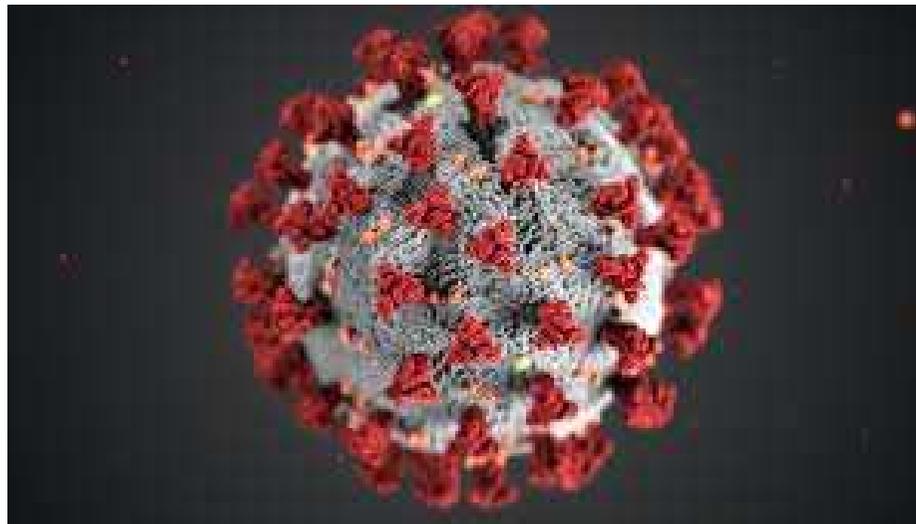
Principali collaborazioni su questo tema:

- Dipartimento di Matematica, Università di Bologna
- Weierstrass Institute for Applied Analysis and Stochastics (WIAS), Berlino (Germania)
- Université de Paris, Parigi (Francia).

(3) A Statistical Mechanics approach to the spread of SARS-CoV-2

All'interno di questa nuovissima area di ricerca, l'equazione di Boltzmann viene utilizzata per elaborare modelli epidemiologici.

In particolare, si studia il meccanismo di diffusione del virus SARS-CoV-2 attraverso le interazioni tra individui appartenenti a gruppi di popolazione diversi.



L'equazione di evoluzione per la funzione di distribuzione $f_i(t, u_i)$, la quale fornisce il numero di individui appartenenti alla popolazione i al tempo t con stato microscopico (che indica il livello di infezione) compreso tra $[u_i, u_i + du_i]$, è ottenuta seguendo il formalismo dell'equazione di Boltzmann per miscele di gas:

$$f_1(t, u_1) : \begin{cases} \text{if } u_1 < 0 & \rightarrow \text{healthy-individuals} \\ \text{if } u_1 \geq 0 & \rightarrow \text{positive-asymptomatic} \end{cases} \quad (4)$$

$$f_2(t, u_2) : \begin{cases} \text{if } u_2 < 0 & \rightarrow \text{positive-symptomatic} \\ \text{if } u_2 \geq 0 & \rightarrow \text{hospitalized-individuals.} \end{cases} \quad (5)$$

Nelle equazioni di evoluzione per $f_1(t, u_1)$ e $f_2(t, u_2)$, aventi la struttura della (1), si considerano le interazioni tra individui all'interno della stessa popolazione, tra popolazioni diverse e la risposta del sistema immunitario.

Principali collaborazioni su questo tema:

- Istituto di Ricerche Farmacologiche Mario Negri (sede di Bergamo)
- Dipartimento di Scienze Matematiche, Fisiche e Informatiche, Università di Parma.

ALCUNE RECENTI PUBBLICAZIONI NELLE DIVERSE AREE DI RICERCA SOPRA MENZIONATE

- [1] B. Franchi and S. Lorenzani. From a microscopic to a macroscopic model for Alzheimer disease: Two-scale homogenization of the Smoluchowski equation in perforated domains. *Journal of Nonlinear Science*, **26**(3):717-753, 2016. ISSN: 0938-8974.
- [2] M. Bisi and S. Lorenzani. High-frequency sound wave propagation in binary gas mixtures flowing through microchannels. *Physics of Fluids*, **28**(5):052003-052003-21, 2016. ISSN: 1070-6631.
- [3] L. Desvillettes and S. Lorenzani. Homogenization of the discrete diffusive coagulation-fragmentation equations in perforated domains. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, **467**(2):1100-1128, 2018. ISSN: 0022-247X.
- [4] S. Lorenzani. A microchannel flow application of a linearized kinetic Bhatnagar-Gross-Krook-type model for inert gas mixtures with general intermolecular forces. *Physics of Fluids*, **31**(7):072001-072001-17, 2019. **Invited paper for the special issue on Direct Simulation Monte-Carlo— The Legacy of Graeme A. Bird.** ISSN: 1070-6631.
- [5] B. Franchi, M. Heida and S. Lorenzani. A mathematical model for Alzheimer's disease: An approach via stochastic homogenization of the Smoluchowski equation. *Communications in Mathematical Sciences*, **18**(4):1105-1134, 2020. ISSN: 1539-6746.
- [6] N. N. Nguyen, I. Gaur, P. Perrier and S. Lorenzani. Variational derivation of thermal slip coefficients on the basis of the Boltzmann equation for hard-sphere molecules and Cercignani-Lampis boundary conditions: Comparison with experimental results. *Physics of Fluids*, **32**:102011-102011-12, 2020. **Invited paper for the special issue on Advances in Micro/Nano Fluid Flows: In Memory of Prof. Jason Reese.** ISSN: 1070-6631.